UNE SCHÉMATISATION DE LA THÉORIE MICROÉCONOMIQUE NÉOCLASSIQUE : LA MISE EN BOÎTE DU SYSTÈME WALARASO-PARETIEN

Ch. BIALÈS

Ce document s'adresse aux étudiants de fin L1-début L2.
Il a pour but de présenter de manière pédagogique, donc relativement simple, le système walraso-paretien (W-P).

I) Le système W-P : présentation générale

A- La structure du système W-P

Système walrasien
= théorie de *l'équilibre général*
=> égalité des offres et des demandes sur tous les marchés grâce à la détermination d'une certaine grille de prix relatifs

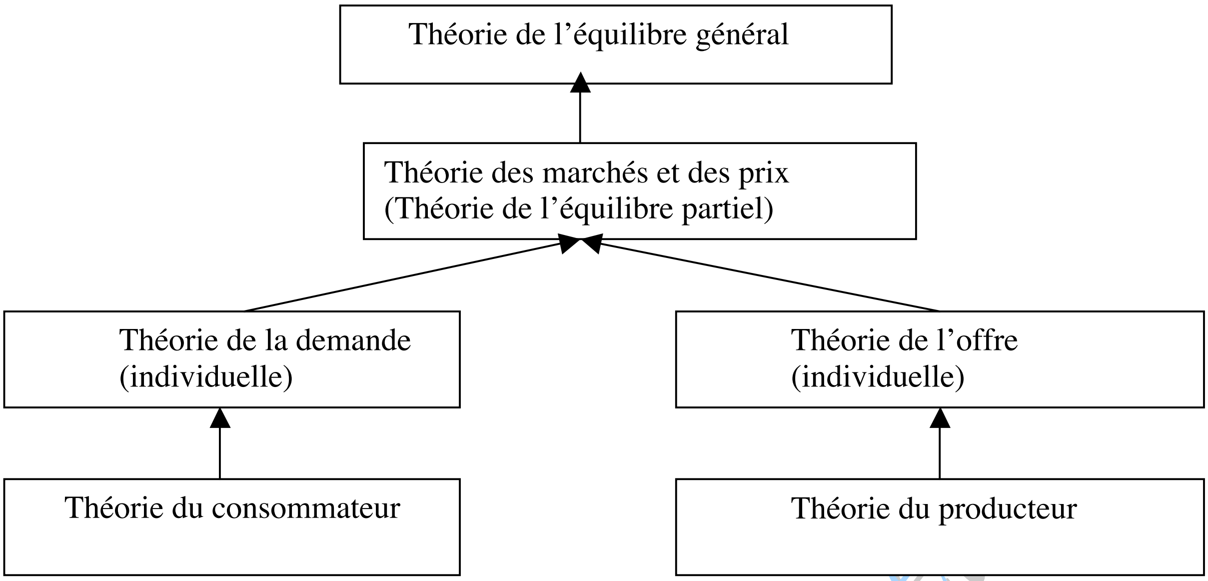
Système paretien
= théorie de *l'optimum économique*
=> égalité des différents taux marginaux de substitution entre biens et facteurs pour tous les acteurs.

Lorsque l'organisation économique considérée est celle de marchés parfaitement concurrentiels (modèle de la concurrence pure et parfaite), alors on démontre les **Théorèmes de l'économie du Bien-être** :
Tout équilibre général est un optimum économique, et à tout optimum économique peut être associé un système de prix qui en fasse un équilibre général.

B- La place de la théorie de l'équilibre général dans l'analyse microéconomique et dans l'histoire de la pensée économique

1) La place de la théorie de l'équilibre général dans l'analyse microéconomique.

L'architecture de l'analyse microéconomique élémentaire peut se représenter schématiquement ainsi :



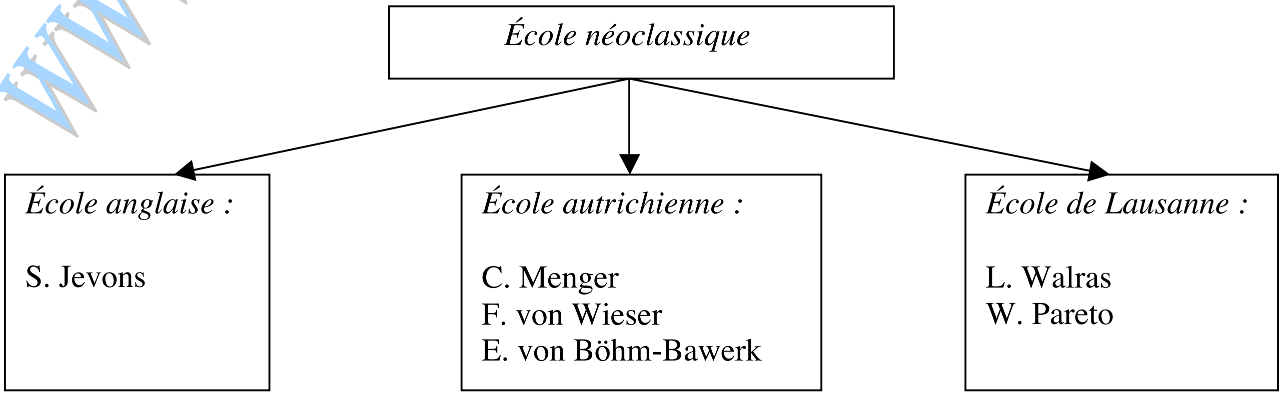
La théorie de l'équilibre général se place ainsi au sommet de l'édifice microéconomique néoclassique. L'équilibre général dépend donc des résultats dégagés par les théories des « étages » inférieurs.
Le *premier niveau* concerne les modalités du calcul économique du consommateur et de celui du producteur. L'analyse y est normative en ce sens qu'il s'agit de préciser le comportement que doit adopter d'un côté le consommateur pour maximiser son utilité sous contrainte budgétaire, et de l'autre le producteur pour maximiser son super-profit (à la fois en termes de combinaison optimale des inputs -les facteurs de production- et en termes de quantité optimale d'output à offrir sur le marché).
Des conclusions tirées de ce premier niveau découlent les résultats obtenus lors de l'analyse, positive, menée au *second niveau* : du calcul du consommateur se déduit la fonction de demande individuelle d'un bien, selon les différentes variables qui la déterminent, en particulier le prix du bien considéré, celui des autres biens et le revenu du consommateur ; et du calcul du producteur découle la fonction d'offre individuelle, selon le prix du marché.

Dès ces premiers niveaux sont faites plusieurs hypothèses, en particulier celles de la rationalité absolue des acteurs et de la concurrence pure et parfaite sur les marchés où ils interviennent.
Le *troisième niveau* explique pour un bien donné comment s'égalisent, au travers de la détermination d'un prix dit d'équilibre, d'une part la demande collective de ce bien, qui résulte de l'agrégation des demandes individuelles des différents consommateurs –potentiels- de ce bien, et d'autre part l'offre collective de ce bien, qui résulte de l'agrégation des offres individuelles des différents producteurs –potentiels- de ce bien. Le processus qui aboutit à la fixation de ce prix d'équilibre correspond à la mise en œuvre de la « loi de l'offre et de la demande ». Ce processus peut être analysé, comme le fait Walras, comme un processus de tâtonnement itératif, que régit un commissaire-priseur (qui personnifie en

quelque sorte la main invisible d'A. Smith). Les prix que crie successivement le commissaire-priseur[1] et le prix d'équilibre auquel il parvient au terme du processus de tâtonnement sont en même temps des prix paramétriques pour les agents économiques dans le cadre de leur processus décisionnel individuel, puisqu'en concurrence pure et parfaite les consommateurs et les producteurs sont tous « price takers », preneurs de prix (ce niveau d'analyse privilégie comme les autres le marché de concurrence pure et parfaite –CPP- mais il étudie également d'autres formes de marché, en particulier le monopole et les différentes formes de concurrence imparfaite : c'est d'ailleurs dans ce dernier domaine que sont particulièrement importants les apports de la théorie de jeux, théorie qui renouvelle en cette matière l'approche néoclassique traditionnelle). L'analyse ainsi menée à ce troisième niveau, privilégiée par Alfred Marshall, ne concerne par définition qu'un seul marché, celui d'un bien déterminé : c'est une analyse d'équilibre partiel, puisqu'elle concerne un marché supposé isolé, en faisant donc l'hypothèse qu'il n'y a pas de relations d'interdépendances avec les autres marchés.
On passe précisément à une analyse d'équilibre général, et c'est le propos du *quatrième niveau* de la construction néoclassique, quand on étudie l'équilibre simultané sur tous les marchés à la fois en tenant donc compte des interdépendances qui ne manquent pas d'exister entre eux, et qu'il y a aussi en même temps équilibre pour tous les agents économiques[2].
Découlant du premier niveau, où l'analyse est normative, et du deuxième niveau, où l'analyse est positive, les troisième et quatrième niveaux présentent des analyses à la fois normatives et positives. Elles sont normatives en ce sens parce que l'économie de marchés concurrentiels dégage le surplus global maximal au moindre coût et elle sont positives en ce sens qu'elles affirment l'existence et la stabilité de l'équilibre, qu'il soit partiel ou général.

2) La place de la théorie de l'équilibre général dans l'histoire de la pensée économique.

La théorie de l'équilibre général de L. Walras s'inscrit dans la pensée néoclassique :



Léon Walras a écrit trois œuvres majeures, qui forment un ensemble parce qu'elles se complètent ; chacune porte sur un aspect particulier de l'économie :

---

[1] D'où le nom de « marché à crieur ». Mais il ne faut pas faire pour autant de rapprochement trop rapide avec les marchés d'enchère. D'abord, les expériences de Vernon Smith (1962) montrent que celles-ci donnent des résultats plus ou moins éloignés du prix d'équilibre walrasien, même si la procédure des enchères réciproques est bien meilleure que celle des enchères simples. Ensuite, quand il s'agit des procédures des enchères dites anglaises, hollandaises ou « sous plis cacheté », ou de formes encore plus complexes, et qui ont donné naissance à la théorie des enchères inaugurée en 1961 par W. Vickrey, on est loin des hypothèses de la CPP puisqu'on est dans un environnement dominé par l'asymétrie d'information.

[2] L'expression d'équilibre général est souvent remplacée par celle d'équilibre concurrentiel pour insister sur la nécessité d'avoir affaire à des marchés respectant les hypothèses du modèle de la CPP.

Léon Walras (1834-1910)
- Économie pure -> étude du « vrai »
- Économie appliquée -> étude de « l'utile »
- Économie sociale -> étude du « juste »

La théorie de l'équilibre général fait partie des « Éléments d'économie politique pure » dont l'année de parution de la première édition est 1874. C'est elle qui fait la renommée de L. Walras au point de le faire passer pour un pur théoricien alors que pour lui l'économie pure n'est pas une fin en soi mais le moyen de définir une politique économique efficace et juste.

L'histoire de la théorie de l'équilibre général va essentiellement durer un petit siècle, puisque c'est au cours de la période 1950-1970 que cette théorie va à la fois prendre la forme la plus aboutie et connaître une sorte d'impasse.
Elle prend sa forme la plus aboutie au cours des années 1950 avec le modèle d'Arrow-Debreu : en effet, G. Debreu (1921-2004), d'origine française puis naturalisé américain, recruté par la Cowles Commission, présente à Harvard en 1951 une démonstration des deux théorèmes de l'économie du bien-être et K. Arrow fait la même chose, la même année, à Berkeley. Les deux économistes se mettent alors à travailler ensemble : fin 1952, ils présentent leur fameux article, qui paraît en 1954, « l'existence d'un équilibre pour une économie concurrentielle ». L'un et l'autre auront le Prix Nobel d'économie, K. Arrow en 1972 et G. Debreu en 1983.
C'est au début des années 1970 que la théorie de l'équilibre général va entrer dans une sorte d'impasse : si le modèle Arrow-Debreu démontre bien l'existence possible d'un équilibre général en économie parfaitement concurrentielle, il apparaît que cet équilibre n'est pas forcément stable. Au contraire, le théorème de H. Sonnenschein (1973) prouve que la forme des fonctions de demande nette peut être quelconque : alors, le « tâtonnement » ne converge pas nécessairement et l'équilibre n'est pas forcément unique ni stable. De surcroît, le théorème d'A. Mas-Colell (1977) montre que tout ensemble de prix, fermé et borné, peut aboutir à un équilibre. Ces deux théorèmes mettent donc à mal la théorie néoclassique sur la stabilité, la pareto-optimalité et même l'existence de l'équilibre général walrasien.

C- La place de la théorie de l'optimum économique dans l'analyse microéconomique et dans l'histoire de la pensée économique

1) La place de la théorie de l'optimum dans l'analyse microéconomique.

La théorie de l'équilibre général de Walras est essentiellement positive, même si elle se fonde sur l'analyse normative des comportements individuels : dans une économie où tous les marchés sont de CPP, il existe un système de prix qui réalise l'équilibre général en ce sens que ces prix assurent l'égalisation des offres et des demandes sur tous ces marchés à la fois, et il en résulte nécessairement une certaine répartition des ressources disponibles entre les agents. La question est alors de savoir si cette répartition est bonne ou mauvaise, au sens d'efficace ou non, en fonction d'un critère qu'il convient d'ailleurs de définir. Il est difficile de dire pour autant si l'analyse devient alors normative dans la mesure où la recherche de l'efficacité est plutôt de nature positive. L'apport essentiel de W. Pareto est précisément d'avoir apporté une réponse à cette question après avoir défini un critère d'appréciation.

2) La place de la théorie de l'optimum dans l'histoire de la pensée économique.

Wilfredo Pareto (1848-1923) a pris la suite de Walras à la chaire d'économie politique à l'Université de Lausanne quand celui-ci est parti à la retraite. Le livre qui reprend le contenu de son enseignement donne plusieurs approfondissements du système walrasien (remplacement de la notion d'utilité par celle d'ophélimité, intégration au raisonnement sur l'équilibre général de la situation de monopole et de la situation de l'économie collectiviste, …). Mais c'est dans son « Manuel d'économie politique » que se trouve son apport décisif sur l'optimum économique. D'abord, en passant de l'hypothèse walrasienne de cardinalité à celle d'ordinalité des préférences et de l'utilité, ce qui l'amène à privilégier la notion de courbes d'indifférence qu'il emprunte aux travaux d'Edgeworth. Ensuite, en posant un critère de définition de l'optimum économique : un état réalisable de l'économie, c'est-à-dire une certaine répartition des ressources disponibles entre les agents, est un optimum au sens paretien du terme – on dira alors que cet état est pareto-optimal- quand il n'y a plus d'échange mutuellement avantageux possible entre eux, c'est-à-dire quand ils sont dans la situation où l'amélioration de « l'ophélimité » de l'un d'eux ne peut être envisagée qu'au prix de la diminution de celle d'au moins un autre.
Ce critère d'optimalité, dit critère d'optimalité paretienne, fait l'objet de trois principales critiques. D'abord il est conservateur et unanimiste. En effet, il n'autorise pas les redistributions de ressources entre agents puisque si de telles redistributions peuvent en avantager certains, elles en lèsent d'autres, et il exige, pour qu'une affectation de ressources soit considérée comme optimale, qu'elle soit préférée par tous les agents. Ensuite, il ne permet pas de comparer entre eux tous les états réalisables ni de guider le choix collectif entre deux dotations initiales et entre deux allocations pareto-optimales (le critère paretien établit un « préordre » partiel et non total). Enfin, ce critère d'efficacité économique n'est pas un critère d'équité sociale. Certes, si une situation n'est pas pareto-optimale, il est souhaitable de l'abandonner pour aller vers une situation que la collectivité peut préférer en fonction du critère paretien, mais, inversement, une situation pareto-optimale n'est pas forcément socialement désirable (il en est ainsi de la situation où, dans une économie à deux agents seulement, l'un seul aurait toutes les ressources disponibles). Le critère d'optimalité paretienne est proche de la conception utilitariste de la justice sociale héritée de J. Bentham et il est profondément ancré dans l'individualisme méthodologique : une allocation pareto-optimale est nécessairement « individuellement rationnelle » en ce sens que chaque agent la préfère à sa dotation initiale. Or, une allocation individuellement rationnelle n'est pas toujours « équitable » en ce sens qu'un agent au moins peut avoir envie d'une allocation obtenue par un autre agent. Pour dépasser les limites éthiques du critère paretien, d'autres conceptions de l'équité que l'utilitarisme existent : la conception libertarienne (avec von Mises, Hayek et Nozick) et la conception libérale-égalitaire (avec en particulier Rawls et ses biens premiers, et Sen et ses capacités fondamentales).

C- La mise en boîte du système walraso-paretien

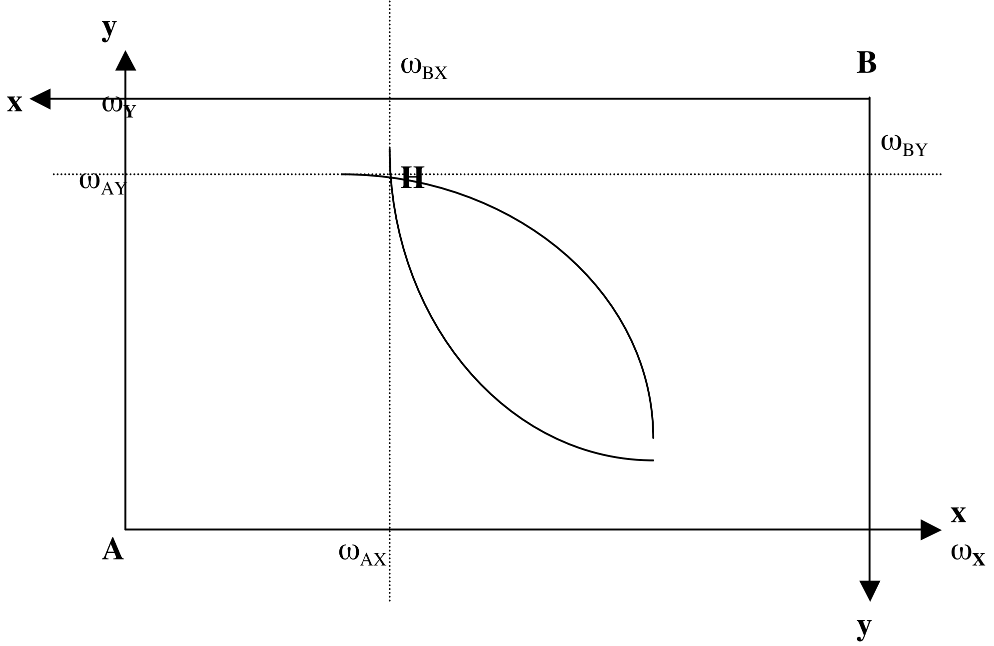
Ce titre est un clin d'œil.
Il ne s'agit absolument pas d'utiliser ici cette expression de « mise en boîte » comme si l'on voulait se moquer du système walraso-paretien, et cela malgré les théorèmes de Sonnenschein et de Mas-Colell évoqués plus haut.
Il s'agit d'expliquer, le plus pédagogiquement possible, l'essentiel de ce système au travers d'une représentation graphique proposée par F. Y. Edgeworth (1875-1926) et qui a la forme d'une boîte, d'où le nom de « boîte d'Edgeworth ». Comme cette représentation utilise naturellement le plan, elle limite l'analyse à un espace à deux dimensions : on aura donc affaire à une économie ne comportant que 2 producteurs, produisant chacun un output (le producteur de X et le producteur de Y), à partir de 2 facteurs de production (le travail, L, et le capital, K), destinés à 2 consommateurs (A et B). L'hypothèse d'atomicité de l'offre et de la demande qu'exige le modèle de CPP n'est certes pas vérifiée mais il est supposé que le raisonnement tenu dans cet espace limité à deux seules dimensions peut être étendu comme par récurrence à un espace à n dimensions.

1) La présentation de la boîte d'Edgeworth.

Pour présenter la boîte d'Edgeworth, on se limitera pour l'instant au cas des deux consommateurs A et B (indicés i = A et B), cherchant à maximiser leur utilité par la consommation des deux biens X et Y (indicés h = x et y).
Chacun a une fonction d'utilité, supposée deux fois continûment différentiable et strictement quasi-concave. On a de manière générale : U_A (x_A ; y_A) et U_B (x_B ; y_B) où x_1, y_1 et x_2, y_2 représentent respectivement les quantités de X et de Y demandées par les consommateurs A et B. Les biens de consommation sont supposés parfaitement divisibles. Les quantités totales disponibles de ces deux biens sont données, notées ω_h (avec h = x et y), et les deux consommateurs se les partagent. Chacun se trouve donc au départ doté d'une certaine quantité de chacun des deux biens : ce sont ses dotations initiales, représentées par les deux vecteurs ω_i où l'indice « i » représente le consommateur A ou B.
On peut écrire : $\omega_{\mathbf{X}} = \omega_{AX} + \omega_{BX}$ et $\omega_{\mathbf{Y}} = \omega_{AY} + \omega_{BY}$.

La boîte d'Edgeworth, représentée ci-dessous (Fig. 1), présente les caractéristiques suivantes :

- Sa construction résulte de l'imbrication des cartes d'indifférence des deux consommateurs.
- La boîte montre donc deux systèmes d'axes. Celui qui se présente dans le sens habituel montre la carte d'indifférence du consommateur A (l'origine des axes est dans le coin sud-ouest), tandis que le second, qui se lit dans l'autre sens, exprime la carte d'indifférence du consommateur B (l'origine des axes est dans le coin nord-est).
- Les dimensions de la boîte sont données par les quantités totales disponibles en biens X et Y : la longueur indique la quantité totale de X ($\omega_{\mathbf{X}}$) et la largeur celle de Y ($\omega_{\mathbf{Y}}$).
- Le point H représente les dotations initiales des deux consommateurs : la quantité qu'a chacun en l'un des deux biens est égale à la quantité totale disponible en ce bien diminuée de la quantité détenue par l'autre consommateur.
- En ce point H passent nécessairement deux courbes d'indifférence (et deux seulement), chacune appartenant à la carte d'indifférence de chacun des deux consommateurs.



(Fig. 1)

2) Le raisonnement de base du système W-P mené à partir de la boîte d'Edgeworth.

a- Le raisonnement à la manière de Pareto

Tout se passe comme si les deux consommateurs étaient face l'un à l'autre pour négocier des échanges de bien X contre bien Y -ou l'inverse-, dans le but d'améliorer leur bien-être et en respectant le principe selon lequel l'échange cesse d'être mutuellement avantageux à partir du moment où l'amélioration du bien-être de l'un ne peut se faire qu'au détriment du bien-être de l'autre : c'est le critère d'optimalité paretienne présenté plus haut. L'échange résulte donc d'une négociation bilatérale, et libre car il est bien sûr volontaire.

Les deux consommateurs partent de la situation représentée dans la boîte par le point H (Fig. 1). Il est évident que le critère d'optimalité paretienne interdit aux deux coéchangistes tout échange dont la traduction graphique serait un déplacement du point A initial à n'importe quel point situé en dehors de la « lentille » que forment les deux courbes d'indifférence passant par H (cette lentille rassemble toutes les allocations réalisables qui sont strictement préférées à l'allocation initiale). En effet, s'il s'agissait d'un point à gauche de cette lentille, cela voudrait dire que le consommateur B améliore sa situation mais que le consommateur A voit la sienne se dégrader, et réciproquement s'il s'agissait d'un point à droite de la lentille. Par conséquent, les échanges qui respectent le critère de Pareto, autrement dit ceux qui sont mutuellement avantageux, ne peuvent aboutir qu'à des points situés à l'intérieur de la lentille (ou éventuellement sur ses deux frontières que forment les deux courbes d'indifférence qui passent par H). Par conséquent, l'optimum dépend forcément de l'emplacement du point H, c'est-à-dire des dotations initiales. La notion paretienne d'optimum n'a donc pas grand-chose à voir avec celle de justice sociale puisque l'on peut partir d'un point H qui se situe dans l'un des coins de la boîte, c'est-à-dire à partir d'une situation où l'un des deux agents est beaucoup mieux doté que l'autre.

Revenons à ce point H, où qu'il soit dans la boîte (étant à l'intérieur de la boîte, il correspond à ce que nous avons défini plus haut comme étant un « état réalisable »). Par définition, par ce point passent une courbe d'indifférence de la carte du consommateur A et une courbe d'indifférence de la carte du consommateur B. Et pour améliorer leur satisfaction en commun, on constate que l'un et l'autre ont intérêt à se diriger vers un point à l'intérieur de la lentille, c'est-à-dire en allant chacun vers la droite de sa propre carte : pour ce faire, le consommateur A doit échanger du X contre du Y, et le consommateur B au contraire du Y contre du X.

On sait qu'en n'importe quel point d'une courbe d'indifférence, la valeur absolue de la pente correspond au TMS (taux marginal de substitution) :

$TMS_{X,Y} = - dy / dx$

Le TMS représente le prix « psychologique » d'échange entre X et Y pour le consommateur considéré, c'est-à-dire la quantité maximum de Y qu'il accepte de céder pour avoir une quantité infinitésimale supplémentaire de X, ou, aussi, la quantité minimale de Y qu'il veut avoir en plus contre une quantité infinitésimale en moins de X, et cela tout en bénéficiant du même degré de satisfaction. Le TMS correspond à un prix psychologique limite : il est donc un taux de réserve.

Par conséquent, en H, le $TMS_{X,Y}$ pour le consommateur A est donné par la pente de sa courbe d'indifférence en ce point et le $TMS_{X,Y}$ pour le consommateur B est également donné par la pente de sa propre courbe d'indifférence en ce même point. Géométriquement, il est évident qu'en H la pente de la courbe d'indifférence du consommateur A est plus forte –en valeur absolue- que celle de la courbe d'indifférence du consommateur B : le TMS du premier est plus grand que celui du second. Par exemple, on a 4 pour le premier et 2 pour le second. Autrement dit, le consommateur A accepte de céder au plus 4 unités du bien Y pour avoir 1 unité supplémentaire de X, et, dans le même temps, le consommateur B exige au moins 2 unités de Y contre la cession de 1 unité de X : l'échange peut donc se faire. On peut supposer que les quantités effectivement échangées de X et de Y entre les deux consommateurs dépend du rapport de forces qui existe entre eux, notamment sous l'effet des capacités de persuasion respectives de chacun des deux. Mais, de toute façon, le rapport effectif d'échange se trouvera entre le TMS du consommateur A et celui du consommateur B et, théoriquement, il y a une infinité de solutions possibles puisque les biens sont supposés parfaitement divisibles. On a ainsi affaire à plusieurs parcours d'échanges possibles. Nous parlons de parcours dans la mesure où d'autres échanges peuvent suivre le premier dont il vient d'être question à partir du moment où les deux consommateurs y trouvent ensemble avantage. Ces échanges successifs se font selon la même procédure que le premier, à ceci près : quand se réalise un échange de X contre Y ou de Y contre X, le $TMS_{X,Y}$ s'en trouve instantanément changé. Rappelons que le TMS est égal au rapport des utilités marginales des deux biens et que joue la 1ère loi de Gossen selon laquelle l'utilité marginale de tout bien décroît au fur et à mesure que la consommation du bien augmente. Alors, au fur et à mesure que l'échange se prolonge, le $TMS_{X,Y}$ diminue pour le consommateur A (qui a de plus en plus de X et de moins en moins de Y) et il augmente pour le consommateur B (qui a de moins en moins de X et de plus en plus de Y). Si bien que les $TMS_{X,Y}$ pour les deux consommateurs, qui étaient en H bien différents, ont tendance à converger de plus en plus l'un vers l'autre après chaque échange. Il arrive un moment où les deux $TMS_{X,Y}$ deviennent égaux : c'est à ce moment que les deux consommateurs ne voient plus d'intérêt à poursuivre l'échange ; car envisager un échange supplémentaire amènerait au moins l'un des deux consommateurs à constater une diminution de sa satisfaction. Les deux consommateurs parviennent ainsi à la meilleure situation pour l'un et pour l'autre : ils sont à un optimum au sens de Pareto. Graphiquement, un tel optimum, qui se caractérise par l'égalité pour les deux consommateurs de leur $TMS_{X,Y}$, se reconnaît par la mise en tangence de deux courbes d'indifférence, l'une appartenant à la carte du consommateur A et l'autre à la carte du consommateur B. Mais comme le rapport de forces peut jouer différemment selon les acteurs en présence, il y a théoriquement une infinité de parcours d'échanges possibles jusqu'à l'obtention d'un optimum. Il y a au final une infinité d'optima paretiens de consommation, et le critère de Pareto ne permet absolument pas de comparer ces optima entre eux : il y a par conséquent une indétermination fondamentale. Ce « noyau » de solutions prend la forme d'une courbe appelée le plus souvent « courbe des contrats de consommation », qui est le lieu géométrique des optima paretiens de consommation, autrement dit, le lieu géométrique des points pour lesquels les $TMS_{X,Y}$ sont égaux pour les deux consommateurs. Cette courbe porte bien son nom de « courbe des contrats » puisqu'elle décrit les situations où il n'existe plus d'échanges mutuellement avantageux possibles dans le cadre des contrats passés entre les deux agents. Chacun de ces contrats stipule que les deux agents effectuent entre eux un échange dans le but d'améliorer leur situation, à condition que l'amélioration de la situation de l'un des deux n'implique pas que celle de l'autre soit au contraire détériorée : il faut que l'échange reste mutuellement avantageux entre eux, sinon, ils n'ont plus intérêt à recontracter.

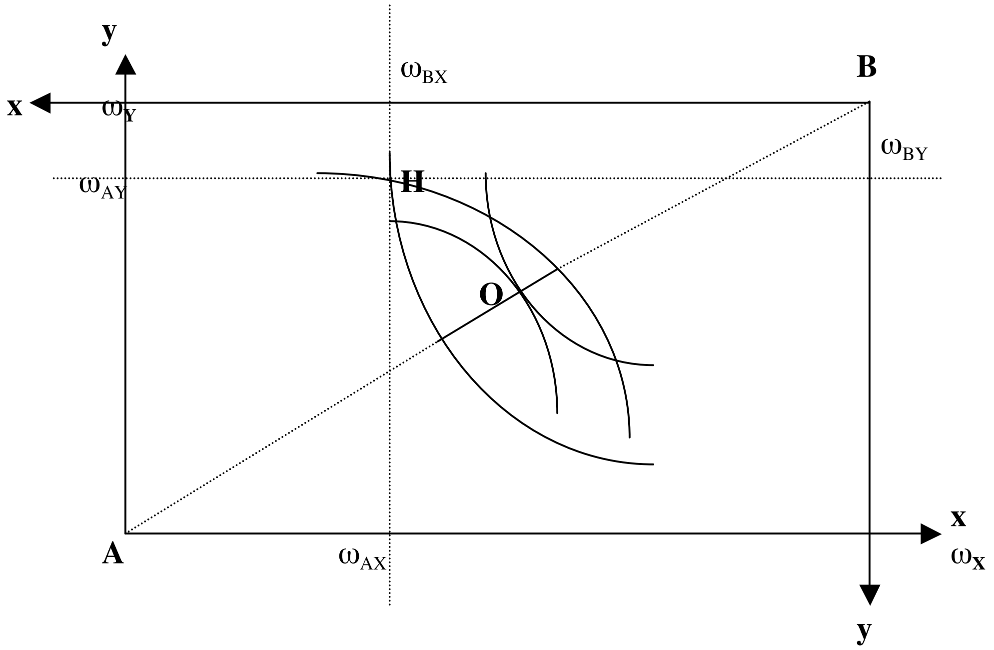


Fig. 2

À la suite des échanges qu'ils ont effectués entre eux, les deux consommateurs sont parvenus par exemple à l'optimum O (Fig.2). Ils auraient pu tout aussi bien pratiquer un autre parcours d'échanges et arriver à un autre optimum au sein de la lentille. Si on réunit tous ces optima possibles, on obtient la courbe des contrats à laquelle nous avons donné ici la forme d'un segment. Cette courbe des contrats est directement liée à la dotation initiale représentée par le point H. Et à chaque dotation initiale possible, à chaque état réalisable, correspond de la même façon une courbe des contrats. Si par conséquent on généralise le raisonnement tenu, on peut tracer l'ensemble des optima de Pareto de consommation, quelle que soit la dotation initiale, comme si on mettait au bout le bout toutes les courbes des contrats possibles. Ce lieu géométrique s'appelle d'ailleurs « ensemble de Pareto » et il est représenté dans notre schéma par une droite reliant les deux extrémités (sud-ouest et nord-est) de la boîte d'Edgeworth.
Remarque : ceux qui appellent « noyau » ou « cœur » ce que nous avons nommé « courbe des contrats », appellent « courbe des contrats » ce que nous avons nommé « ensemble de Pareto ».
En conclusion, la détermination d'un optimum paretien exige deux conditions : l'état optimal doit être un état réalisable (pour chaque bien, la somme des quantités allouées aux deux consommateurs doit être égale à sa quantité totale disponible) et cet état doit être efficient en vérifiant l'égalisation des $TMS_{X,Y}$ pour les deux consommateurs. Autrement dit, deux agents rationnels qui respectent le critère d'optimalité paretienne doivent nécessairement se situer sur la courbe des contrats. Mais il y a une infinité d'optima paretiens possibles, et par conséquent indétermination. Cette indétermination peut être levée si l'on envisage une autre solution que la coopération et l'échange bilatéral entre les deux agents, celle où l'échange est médiatisé par le marché. Cela nous conduit au raisonnement de Walras.

b- Le raisonnement à la manière de Walras

Tout se passe maintenant comme si les deux consommateurs ne se rencontraient plus dans la relation bilatérale décrite dans le cadre du raisonnement à la manière de Pareto : ils sont considérés comme des intervenants sur des marchés, en tant à la fois qu'offreurs et demandeurs. Puisque l'on raisonne pour simplifier avec deux biens seulement, on a affaire à deux marchés, celui du bien X et celui du bien Y. Et sur chaque marché officie un commissaire-priseur pour assurer l'équilibre du marché, par fixation d'un prix qui égalise l'offre et la demande. Les deux marchés sont supposés être de concurrence pure et parfaite et les deux agents sont donc preneurs de prix.
La théorie du consommateur montre que, pour maximiser sa satisfaction en tenant compte de sa contrainte budgétaire, le consommateur doit composer un panier tel que les utilités pondérées par les prix des différents biens soient égales entre elles : c'est la seconde loi de Gossen.

La contrainte budgétaire se représente graphiquement par une droite, la droite de budget ou la droite de revenu, dont la pente est égale, en valeur absolue, au rapport de prix des deux biens :

$$y = - (P_Y / P_X)\, x + (R/P_Y)$$

Dans la théorie du consommateur, le revenu R est exogène : il est donné. Mais ici, dans la théorie de l'équilibre général, le revenu R est endogénéisé. Puisque le consommateur (i) a par définition le pouvoir d'achat correspondant à la valeur des biens dont il est doté, son revenu est égal à cette valeur, soit :

$R_i = P_X * \omega_{iX} + P_Y * \omega_{iY}$

Comme la droite de budget est le lieu géométrique des points correspondant à tous les paniers que le consommateur peut se procurer avec le revenu dont il dispose, cette droite passe nécessairement par le point A des dotations initiales. Sa pente est égale au rapport des prix « criés » par les deux commissaires-priseurs au moment considéré. Cette droite est donc aussi commune aux deux consommateurs.

Cela étant, le raisonnement à la manière de Walras se déroule de la manière suivante : chaque commissaire-priseur crie au hasard un prix, ce qui donne un certain rapport de prix, et donc, graphiquement, une certaine pente à la droite de budget. Pour les deux consommateurs, qui sont « preneurs de prix », ce rapport de prix est un signal permettant à chacun d'eux, et indépendamment l'un de l'autre, de mener son calcul économique de maximisation sous contrainte en appliquant la deuxième loi de Gossen. Pour chaque consommateur, le résultat graphique de ce calcul est la mise en tangence de l'une de ses courbes d'indifférence avec la droite de budget positionnée en fonction du rapport de prix affichés par les commissaires priseurs. Le cas de figure peut être celui qui figure ci-dessous (Fig. 3) :

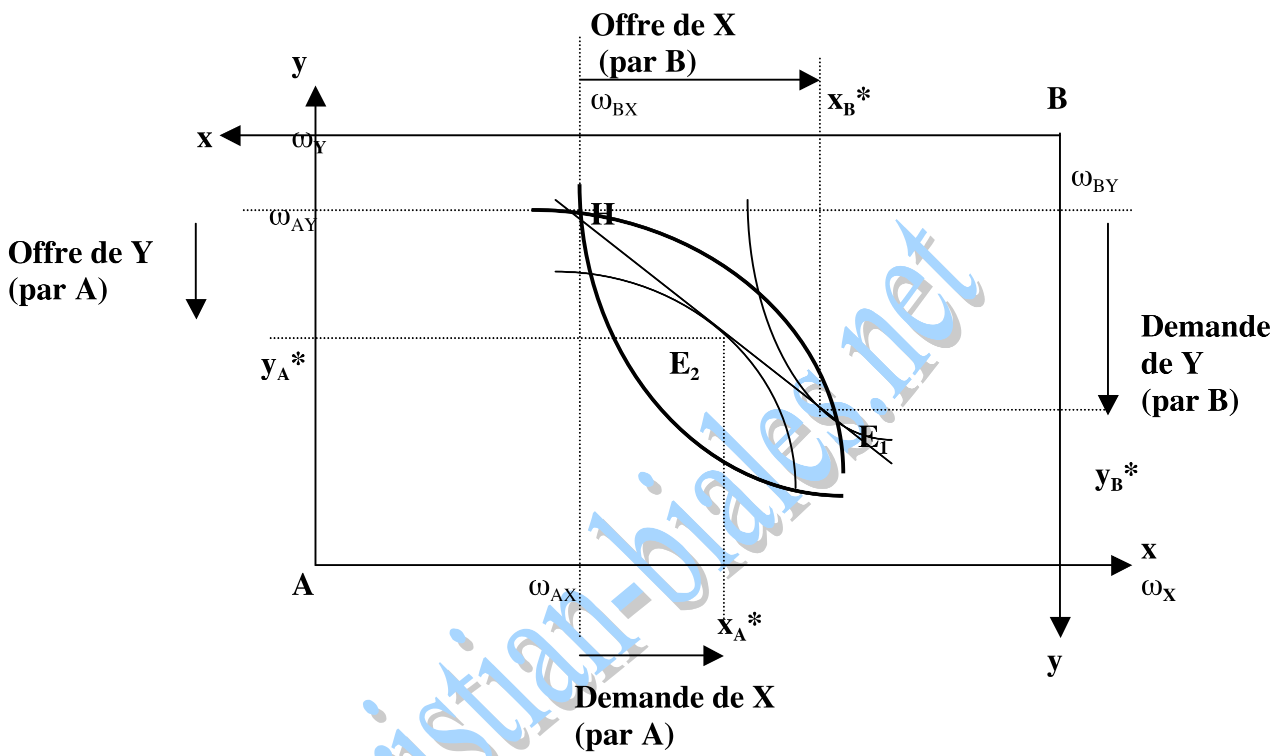


Fig. 3

Le calcul économique conduit chaque consommateur à déterminer les quantités optimales de X et de Y qu'il souhaite avoir (ce sont ses demandes dites marshalliennes, que l'on peut qualifier aussi de demandes brutes) et, en en déduisant les quantités qu'il a déjà, il détermine les quantités de X et de Y qu'il doit effectivement demander : ce sont ses demandes « nettes ». Pour chaque bien, on appelle donc « demande nette » la différence entre « la quantité que je veux » et « la quantité que j'ai déjà », et cette différence peut être, selon la situation, positive ou négative (dans ce dernier cas, on pourrait donc parler d' « offre nette »). Comme, par hypothèse, les deux consommateurs réalisent leur calcul économique en saturant leur contrainte budgétaire (cela signifie que leur budget est pleinement utilisé, que par conséquent ils n'épargnent ni n'empruntent, et cela se traduit graphiquement par des paniers de biens qui sont toujours sur la droite de budget), la valeur de la demande qu'ils expriment pour un bien est forcément toujours

égale à la valeur de l'offre qu'ils font de l'autre bien. Cette égalité correspond à l'identité comptable qu'énonce la « loi de Walras », qui est en quelque sorte la reprise de la « loi de Say » selon laquelle « l'offre crée sa propre demande ».
Le commissaire-priseur de chaque marché constate qu'au prix qu'il a crié l'offre (nette) de l'un et la demande (nette) de l'autre ne sont pas égales. Sur le marché de X, l'offre du consommateur B est plus importante que la demande qu'exprime le consommateur A : le marché de X est en excédent d'offre, et on dit que le consommateur B est sur le côté « long » du marché alors que le consommateur A est sur le côté « court ». C'est le contraire sur le marché de Y. On peut dire aussi, pour ce qui concerne le marché de X, que la demande nette individuelle du consommateur A est négative et d'une valeur supérieur à la demande nette positive du consommateur B : la demande nette collective sur le marché X est donc négative. Au contraire, la demande nette collective sur le marché de Y est positive.
Pour aller vers l'égalisation de l'offre et de la demande, chaque commissaire-priseur crie donc un nouveau prix (on peut parler aussi ici de « parcours »). Le commissaire-priseur du marché de X crie un prix moins élevé puisque l'offre excède la demande. Le commissaire-priseur du marché de Y crie un prix plus élevé puisque la demande excède l'offre. Si bien que le rapport de prix P_X / P_Y diminue (et donc, graphiquement la pente de la droite de budget diminue aussi, en pivotant autour du point H de dotations initiales). C'est ce nouveau rapport de prix que les consommateurs vont prendre en considération dans l'étape suivante de leur calcul économique. On comprend que débute ainsi un processus itératif – le fameux tâtonnement walrasien- qui doit aboutir à un rapport des prix qui égalise offre et demande sur les deux marchés : sur chacun des deux marchés, l'offre de l'un des consommateurs est égale à la demande de l'autre ; autrement dit, est nulle la somme des demandes nettes individuelles, c'est-à-dire la demande nette collective. Quand ce rapport de prix est obtenu, on est à l'équilibre général, précisément défini comme la situation où tous les marchés sont en équilibre en même temps : la somme des demandes nettes collectives est nulle.
Graphiquement parlant (Fig. 4), l'équilibre général se reconnaît par la mise en tangence simultanée d'une courbe d'indifférence du consommateur A et d'une courbe d'indifférence du consommateur B avec la droite de budget ; la pente de celle-ci donne, en valeur absolue, le rapport des prix de X et de Y d'équilibre.

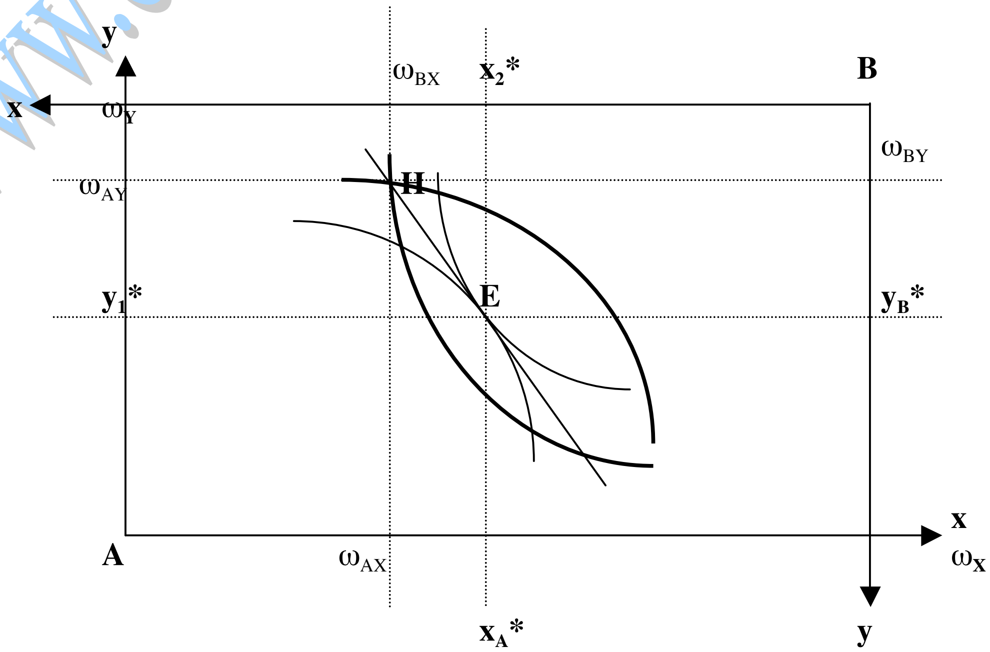


Fig. 4

Le rapport des prix d'équilibre permet à chaque consommateur de calculer les quantités d'équilibre de X et de Y dont il a besoin pour maximiser sa satisfaction tout en tenant compte de sa contrainte budgétaire. Le graphique (Fig. 4) montre bien que chacun des deux a amélioré son bien-être puisque le point E se situe sur une courbe d'indifférence d'un niveau supérieur à la courbe initiale passant par H, tout en étant toujours sur la droite de budget. x_A* et y_A* sont les demandes d'équilibre « marshalliennes » ou demandes « brutes » du consommateur A, et x_B* et y_B* sont les demandes d'équilibre

« marshalliennes » ou demandes « brutes » du consommateur B. On en déduit les demandes nettes d'équilibre des deux biens X et Y exprimées par les deux consommateurs A et B qui tiennent compte de leurs dotations initiales : par exemple, la demande nette en X du consommateur A est égale, à l'équilibre, à (x_A^* - ω_{AX}). La loi de Walras, qui est déjà vérifiée dans les situations de déséquilibre comme plus haut, l'est évidemment aussi dans la situation d'équilibre. Mais, pour la situation d'équilibre, la loi de Walras a une conséquence très importante. Si on regarde la Fig. 4, et que l'on prend le cas du marché de X, celui-ci est en équilibre puisque la quantité (et donc aussi la valeur) de ce qu'y offre le consommateur B est égale à la quantité (et donc aussi à la valeur) de ce qu'y demande le consommateur A. Mais le consommateur B fait cette offre pour être budgétairement en mesure, compte tenu du prix relatif entre les deux biens, de demander une certaine quantité de bien Y. Puisque le marché de Y est lui aussi en équilibre, cette quantité et la valeur de la demande en Y sont égales à la quantité et à la valeur de l'offre en Y que fait le consommateur A, lequel fait lui-même cette offre pour pouvoir solvabiliser sa demande de X. Ainsi, grâce au prix relatif d'équilibre, si le marché de X est en équilibre, celui de Y l'est nécessairement aussi ; et vice-versa. Dire qu'à l'équilibre général il suffit que, quand on a n marchés, (n-1) marchés soient en équilibre pour que le $n^{ème}$ le soit automatiquement correspond à un corollaire de la loi de Walras. Ce corollaire est fondamental non seulement sur le plan théorique mais également sur le plan pratique comme on le verra plus loin : en effet, quand on cherche le rapport de prix d'équilibre, il suffit de l'obtenir pour égaliser l'offre et la demande sur l'un des deux marchés puisque la loi de Walras nous permet d'être sûr que le rapport de prix trouvé égalise aussi l'offre et la demande sur l'autre marché.

c- Les conséquences des deux raisonnements

Des raisonnements précédents, menés à la manière de Pareto et à la manière de Walras, on peut tirer essentiellement les conséquences suivantes :

1- Alors que le raisonnement à la manière de Pareto conduit à une indétermination puisqu'il y a, pour chaque dotation initiale possible, une infinité d'optima, le raisonnement de Walras lève cette indétermination dans la mesure où, quand le rapport de prix d'équilibre est trouvé, on a un seul équilibre sur l'ensemble des marchés, l'équilibre général.
2- Un optimum de Pareto se caractérise par la mise en tangence de deux courbes d'indifférence, chacune appartenant à la carte d'indifférence de l'un et l'autre consommateurs. Or, l'équilibre général se traduit également par une telle mise en tangence. Cela signifie que l'équilibre général au sens de Walras est forcément un optimum économique au sens de Pareto.
   Cette conclusion correspond à l'énoncé du « 1^{er} théorème de l'économie du bien-être ».
3- Il y a un 2^{ème} théorème de l'économie du bien-être, qui est pratiquement la réciproque du premier. D'ailleurs, certains rassemblent les deux théorèmes sous un seul, appelé « théorème d'équivalence ». Ce second théorème de l'économie du bien-être stipule que, sous l'hypothèse de la convexité des préférences des consommateurs, pour tout optimum de Pareto il existe un système de prix relatifs qui fait de cet optimum un équilibre général.
4- Pour chaque dotation initiale il y a une infinité d'optima au sens de Pareto et un seul équilibre au sens de Walras.
5- Le système walraso-paretien est typiquement néoclassique puisqu'il reprend en définitive à son compte la loi de J.-B. Say, la loi des débouchés.
   Cette loi s'énonce de deux façons complémentaires :

- « L'offre crée sa propre demande ». Nous avons vu plus haut que lorsqu'un consommateur, pour améliorer sa satisfaction et atteindre son équilibre, doit demander une certaine quantité de l'un des deux biens, sa contrainte budgétaire (sous l'hypothèse de sa saturation) lui impose d'offrir en compensation une certaine quantité de l'autre bien, pour une valeur égale. C'est la valeur de ce qu'il offre qui lui permet de solvabiliser sa demande, c'est bien l'offre qui crée sa propre demande.
- « Les produits s'échangent contre les produits ». Que l'échange soit bilatéral, par coopération-négociation directe entre les deux agents, comme dans le raisonnement à la façon de Pareto, ou qu'il soit médiatisé par les marchés avec leur commissaire-priseur comme dans le raisonnement à la façon de Walras, il s'agit dans les deux cas d'un échange produit contre produit, du bien X contre du bien Y ou l'inverse. Autrement dit, l'obtention de l'optimum

économique et de l'équilibre général se conçoit dans une économie d'échange direct, sans monnaie. Si la monnaie existe, elle ne joue en tout état de cause qu'un rôle d'instrument de compte (numéraire) et d'instrument de paiement pour éviter les inconvénients du troc. Ce statut de la monnaie aboutit à une analyse dichotomique qui dissocie la sphère monétaire de la sphère réelle. Les prix relatifs, nécessaires à la définition de l'équilibre général, sont définis dans la sphère réelle. La valeur nominale des différents prix est élaborée dans la sphère monétaire selon la quantité de monnaie mise en circulation. Si le rapport d'équilibre P_X / P_Y est égal à 2, on peut avoir aussi bien $P_X = 2$ et $P_Y = 1$, $P_X = 4$ et $P_Y = 2$, $P_X = 12$ et $P_Y = 6$, etc. Tout dépend du volume de monnaie en circulation : plus ce volume est important et plus le niveau des prix nominaux est élevé. La théorie quantitative de la monnaie (TQM), pour laquelle la masse monétaire est la cause motrice de l'inflation, fait ainsi logiquement partie de cette analyse dichotomique.
Notons que souvent on prend l'un des deux biens, par exemple Y, comme numéraire et on fixe $P_Y = 1$; on en déduit la valeur de P_X qui est alors égale au rapport de prix d'équilibre lui-même.

II) La mise en boîte du système W-P : exposé général.

Pour exposer le système walraso-paretien, la méthode de la boîte d'Edgeworth se présente en deux étapes principales, chacune de ces étapes comportant elles-mêmes plusieurs phases.
Les deux étapes consistent en une sorte d'aller et retour.
La première –l'aller- permet d'aboutir au choix de l'optimum social et la seconde – le retour- permet de spécifier les caractéristiques de cette solution optimale.

A- La première étape : « l'aller ».

1) Première phase : la détermination des optima paretiens de production.

Le début du processus se déroule logiquement dans la sphère de la production.
Cette sphère de production (ou « économie de production ») se caractérise d'abord par des quantités finies et données des deux facteurs de production, le facteur travail (L) et le facteur capital (K). Ce sont elles qui donnent ses dimensions à la boîte d'Edgeworth de production représentée ci-après. La sphère de production se caractérise ensuite par la présence de deux producteurs, le producteur « X » qui produit le bien de consommation X et le producteur « Y » qui produit le bien Y. Pour réaliser sa production, chacun d'eux dispose d'une certaine quantité en chacun des deux facteurs de production,. Ces dotations initiales en facteurs de production correspondent à une certaine allocation des quantités globalement disponibles.
On peut écrire : $\omega_L = \omega_{1L} + \omega_{2L}$ et $\omega_K = \omega_{1K} + \omega_{2K}$

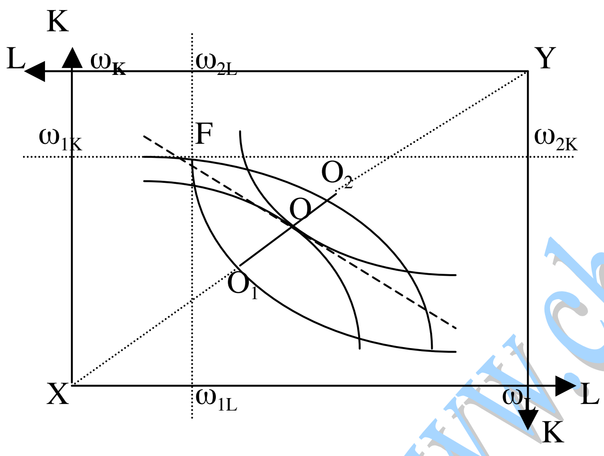


Fig. 5

En fonction du raisonnement à la façon de Pareto, si les dotations initiales sont données par le point F (Fig. 5), les deux producteurs échangent entre eux du L contre du K et réciproquement pour améliorer leur situation en restant dans les limites de la lentille que détermine le point F et jusqu'à ce qu'ils se trouvent sur la « courbe des contrats de production » décrite par le segment O_1 O_2, c'est-à-dire jusqu'à ce que leurs TMST de L à K s'égalisent. Le point O est l'un des multiples optima paretiens de production. La courbe joignant les origines des deux paires d'axes est « l'ensemble de Pareto », dont la courbe des contrats est un sous-ensemble. En tous les points de l'ensemble de Pareto, et donc aussi de la courbe des contrats, les TMST de L à K qui sont égaux entre eux pour les deux producteurs sont aussi égaux au rapport des productivités marginales des deux facteurs de production.
TMST (L,K) pour la production de « X » = [PmL / PmK] pour « X »
TMST (L,K) pour la production de « Y » = [PmL / PmK] pour « Y »
Comme pour tout optimum TMST (L,K) pour la production de « X » = TMST (L,K) pour la production de « Y », on a pour tout optimum : [PmL / PmK] pour « X » = [PmL / PmK] pour « Y »

Le raisonnement à la façon de Walras place les deux producteurs dans une situation de marchés de concurrence pure et parfaite pour les deux facteurs de production. Les deux commissaires-priseurs lancent leur processus de tâtonnement jusqu'à l'obtention du prix relatif P_L / P_K qui égalise les offres et les demandes sur les deux marchés à la fois. Ce prix relatif donne à la droite de budget –représentée en pointillé- la pente qui fait que deux courbes d'indifférence sont en tangence pour la situation où les deux marchés sont en équilibre. Le second théorème de l'économie du bien être indique que l'équilibre obtenu avec ce rapport de prix est un optimum de Pareto. Autrement dit, ce rapport de prix permet d'isoler, parmi l'infinité d'optima de production, l'optimum au sens de Pareto qui est en même temps un équilibre au sens de Walras. Notons O cet optimum-équilibre.
Remarque : la condition de premier ordre de maximisation du superprofit du producteur est le choix de la combinaison des facteurs de production qui égalise, pour chaque facteur, sa productivité marginale en valeur et son prix :

Pour le producteur de « X » :

P_X * $PmL^{(X)}$ = P_L et P_X * $PmK^{(X}$ = P_K => TMST (L,K) pour « X » = $PmL^{(X)}$ / $PmK^{(X)}$ = P_L / P_K

Pour le producteur de « Y » :

P_Y * $PmL^{(Y)}$ = P_L et P_Y * $PmK^{(Y)}$ = P_K => TMST (L,K) pour « Y » = $PmL^{(Y)}$ / $PmK^{(Y)}$ = P_L / P_K

Donc, TMST (L,K) pour « X » = TMST (L,K) pour « Y » = rapport des prix des deux facteurs.

En définitive, pour tout optimum et équilibre, on a :
TMST pour X = TMST pour Y = rapport des productivités marginales pour les deux producteurs = P_L / P_K

2) Deuxième phase : la construction de la frontière des possibilités de production.

La courbe des contrats de production mise en évidence dans le paragraphe précédent est le lieu géométrique des points pour lesquels il y a tangence d'un isoquant appartenant à la carte du producteur « X » avec un isoquant appartenant à la carte du producteur « Y ». Chaque isoquant décrit un certain niveau de production, une certaine quantité produite. La Fig. 6, par le tracé de la « frontière des possibilités de production », indique quelles sont les quantités produites de biens « X » et « Y », notées respectivement x et y, qui correspondent aux différents points d'optima paretiens de production de la Fig. 5. La frontière des possibilités de production est parfois appelée aussi « courbe de transformation des produits ». Quand, sur la Fig. 6, on considère des points proches de l'ordonnée à l'origine, ces points correspondent aux optima de production proches de l'origine des axes de la boîte de « X » de la Fig. 5 puisque l'on est alors au nord-est de la carte du producteur de Y ; et quand, sur la Fig. 6, on considère des points proches de l'abscisse à l'origine, ces points correspondent aux optima de production proches de l'origine des axes de la boîte de « Y » de la Fig. 5 puisque l'on est alors au nord-est de la carte du producteur de X.

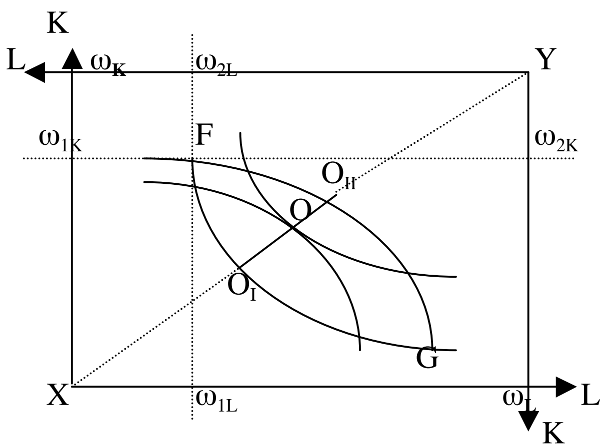


Fig. 5

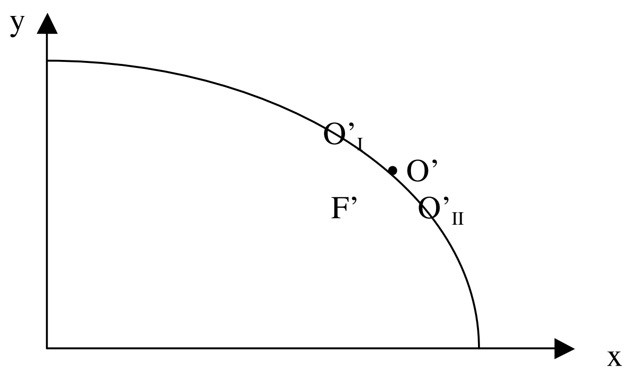


Fig. 6

Parce que l'on suppose que les isoquants sont convexes, la frontière des possibilités de production est concave. Il s'agit d'une « frontière » parce que cette courbe de la Fig. 6 correspond aux optima de production décrits à la Fig. 5, qu'en-deça d'elle on a les points décrivant les niveaux de production des biens X et Y correspondant à des points de la boîte d'Edgeworth de production qui ne sont pas sur l'ensemble de Pareto, et qu'au-delà d'elle on a des points décrivant des niveaux de production impossibles à réaliser avec les quantités globales de facteurs de production ω_L et ω_K dont dispose l'économie considérée. Dans notre Fig. 6, on a noté O'_I O'_{II} la partie de la frontière qui correspond, supposons-le, à la courbe des contrats O_I O_{II} de la Fig. 5 ; et le point F' de la Fig. 6 est, supposons-le, le correspondant du point F de la Fig. 5, également d'ailleurs du point G qui se trouve au croisement des mêmes isoquants que ceux qui passent par F. Notons O' le point qui correspond, supposons-le, au point d'optimum et équilibre O.

3) Troisième phase : la détermination des optima paretiens de consommation.

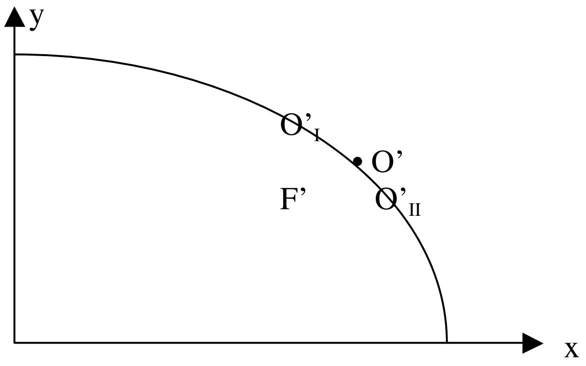


Fig. 6

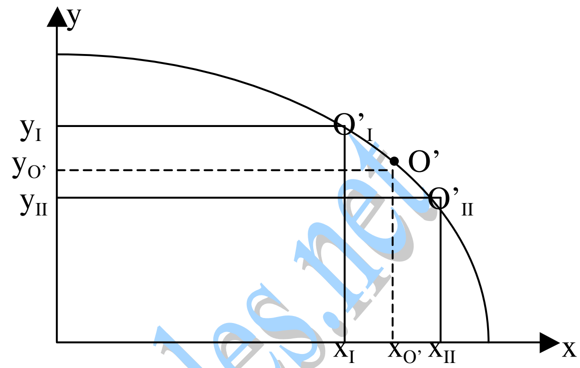


Fig. 7

La Fig. 7, est au départ la reprise de la Fig. 6, donc la conséquence des phases précédentes. On privilégie l'arc O'_I O'_{II} pour respecter les conditions de départ concernant les quantités disponibles de L et de K dans l'économie. Chaque point de cet arc donne, par ses coordonnées, les quantités qu'il est optimal de produire en biens de consommation « X » et « Y ». Comme cet arc comporte théoriquement une infinité de points, il y a une infinité de couples possibles de production (x,y,). Chacun de ces points détermine une quantité x du bien X et une quantité y du bien Y que le système de production livre au système de consommation composé des deux seuls consommateurs A et B. Et pour chacun de ces points, il est possible de définir une « boîte d'Edgeworth de consommation » permettant d'envisager les échanges que peuvent faire les deux consommateurs A et B entre les biens X et Y. La Fig. 7 « incruste » trois de ces multiples boîtes d'Edgeworth au niveau de l'arc O'_I O'_{II} : l'une près de O'_I, une seconde près de O'_{II} et la troisième en O'.
Poursuivons le raisonnement en prenant le cas de la dernière de ces trois boîtes d'Edgeworth : Fig. 8.

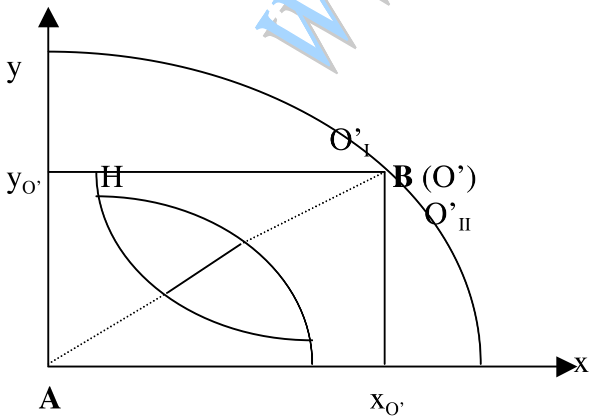


Fig. 8

Cette Fig. 8 décrit l'une des multiples boîtes d'Edgeworth possibles de l'arc O'_I O'_{II}, celle dont les quantités x et y mises à la disposition de la sphère de la consommation sont respectivement de $x_{O'}$ et $y_{O'}$ et

ce sont ces quantités qui définissent ses dimensions. Cette boîte fait s'emboîter – si l'on peut dire- deux cartes d'indifférence, celles des consommateurs A et B.
Avec le raisonnement à la façon de Pareto, on obtient à la fois une courbe des contrats de consommation (segment en trait plein) pour les optima correspondant à la lentille définie par les dotations initiales (H) dont disposent A et B, et un ensemble de Pareto de consommation qui relie les deux origines des axes notées A et B pour les optima correspondant aux différentes lentilles possibles à l'intérieur de la boîte considérée. Avec le raisonnement à la façon de Walras, l'équilibre des deux marchés détermine un seul point de la courbe des contrats de consommation : un rapport de prix est obtenu à l'issue du processus de tâtonnement qui égalise les offres et les demandes de chacun des deux biens, et l'équilibre ainsi réalisé est en même temps un optimum de Pareto. Ce point est noté E dans la Fig. 8.
Les points de ces courbes se caractérisent par l'égalité des TMS de X à Y des deux consommateurs, l'égalité des rapports des utilités marginales, et par l'égalité entre ces TMS et le rapport des prix P_X / P_Y.
TMS (X,Y) pour le consommateur A = [U'(X) / U'(Y)] pour A.
TMS (X,Y) pour le consommateur B = [U'(X) / U'(Y)] pour B.
Comme pour tout optimum TMS (X,Y) pour le consommateur A = TMS (X,Y) pour le consommateur B, on a pour tout optimum de consommation (appelé aussi optimum de distribution) : [U'(X) / U'(Y)] pour A = [U'(X) / U'(Y)] pour B.
En définitive, pour tout optimum et équilibre,
TMS de A = TMS de B = rapport des utilités marginales de chaque consommateur = P_X / P_Y.

4) Quatrième phase : la détermination de l'équilibre général simultané « production – consommation ».

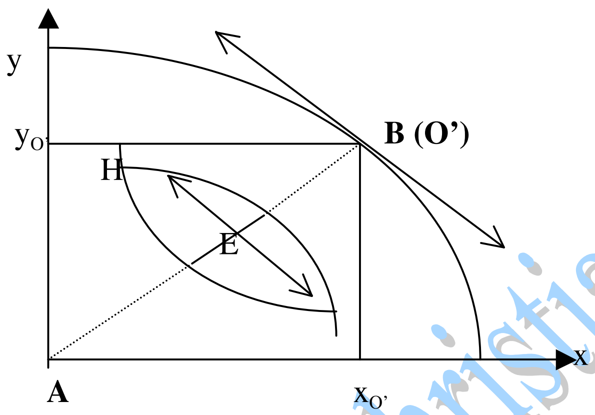


Fig. 8

• Au point B, origine des axes de la boîte d'Edgeworth du consommateur B et qui appartient par définition à la courbe des possibilités de production, il est important de déterminer la pente de cette courbe des possibilités de production, pente appelée taux marginal de transformation des produits : le TMTP de Y en X. Pour que celui-ci soit positif, on écrit : TMTP = - dy / dx. Le TMT correspond à la quantité de Y qu'il faut ne pas produire pour dégager les quantités de L et de K nécessaires à la production d'une quantité infinitésimale supplémentaire de X.
Remarques :

- Le TMTP de Y en X est égal au rapport des coûts marginaux de production des deux biens : TMTP = Cm(X) / Cm(Y).
- Comme la courbe des possibilités de production est concave, et à cause d'une substituabilité imparfaite des facteurs L et K, le TMTP augmente au fur et à mesure que l'on descend le long de la courbe des possibilités de production, c'est-à-dire au fur et à mesure qu'est substituée de la production de X à de la production de Y. Le coût marginal de production de X s'accroît par rapport à celui de Y.

Quand on est proche de l'ordonnée à l'origine, le graphique montre que le TMTP de Y en X est relativement faible : pour produire une unité supplémentaire de X il n'est pas besoin de sacrifier beaucoup d'unités de Y, les quantités de facteurs de production qu'il faut libérer ne sont donc pas importantes. Par conséquent, le coût marginal de production de X est faible. Par contre, dans la même zone, il faut sacrifier une quantité relativement importante de X pour être en mesure de produire une unité supplémentaire de Y : le coût marginal de production de Y est donc relativement élevé. Cette relation entre Cm(X) et Cm(Y) s'inverse progressivement quand on descend le long de la courbe : c'est cette évolution qui explique l'augmentation du TMTP.

• Supposons qu'en B le TMTP soit égal à 2 : cela signifie que dans la sphère de production il faut renoncer à la production de 2 unités de Y pour libérer les quantités de L et de K nécessaires à la production d'une unité supplémentaire de X.
Pour qu'il y ait équilibre général simultané de cette sphère et de celle de la consommation, il faut que les taux de substitution entre X et Y soient les mêmes dans les deux sphères. Autrement dit, il faut que les deux TMS de X à Y, de A et de B, qui sont égaux entre eux tout au long de la courbe des contrats de consommation, aient une valeur égale à celle du TMTP, soit 2 dans notre exemple. Graphiquement, cette condition d'optimalité nous conduit à sélectionner dans la boîte d'Edgeworth de consommation le point de la courbe des contrats pour lequel la tangente aux deux courbes d'indifférence qui passent par ce point est égale à 2 (en valeur absolue). Il s'agit donc du point pour lequel la tangente est parallèle à la tangente en B. Nous avons noté E ce point dans la Fig. 8.
Remarque : deux raisonnements peuvent être tenus pour expliquer la nécessité de l'égalité entre les deux TMS et le TMTP.

- On sait que les deux $TMS_{X,Y}$ des deux consommateurs A et B sont égaux au rapport de prix des deux biens : $TMS_{X,Y} = P_X / P_Y$. On sait aussi qu'en CPP pour maximiser leur surperprofit les deux producteurs doivent produire une quantité qui égalise le coût marginal avec le prix du marché : $Cm(X) = P_X$ et $Cm(Y) = P_Y$. Comme TMTP = Cm(X) / Cm(Y), alors, à l'équilibre, $TMTP = P_X / P_Y$. Par conséquent, $TMTP = TMS_{X,Y}$.
- Pour chaque consommateur, le TMS est – psychologiquement - le prix qu'il accepte de payer en renonçant à consommer une certaine quantité de bien « Y » pour pouvoir consommer 1 unité supplémentaire de bien « X ». Au niveau de la production, le TMTP est le coût qu'il faut accepter de supporter en renonçant à produire une certaine quantité de bien « Y » pour pouvoir produire 1 unité supplémentaire de bien « X ». Si les deux TMS sont égaux à 3 alors que le TMTP est égal à 2, les deux consommateurs sont disposés à renoncer à 3 unités de « Y » pour avoir 1 unité de « X » alors que dans la sphère de production, pour produire cette unité supplémentaire de « X », le coût du renoncement à produire du « Y » est de 2 unités : il y a donc une production insuffisante de « X » par rapport à celle de « Y ».

5) Cinquième phase : la construction de la frontière des possibilités d'utilité et de la grande frontière des possibilités d'utilité.

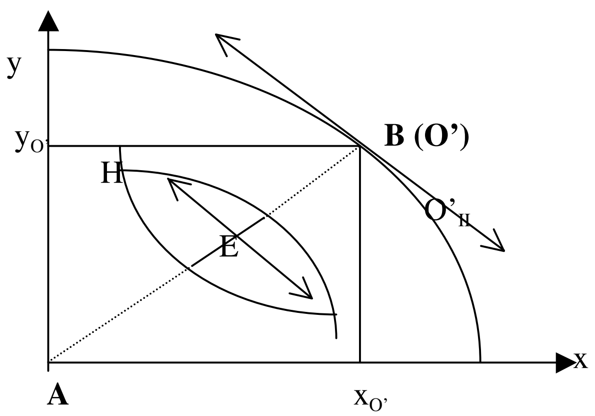


Fig. 8

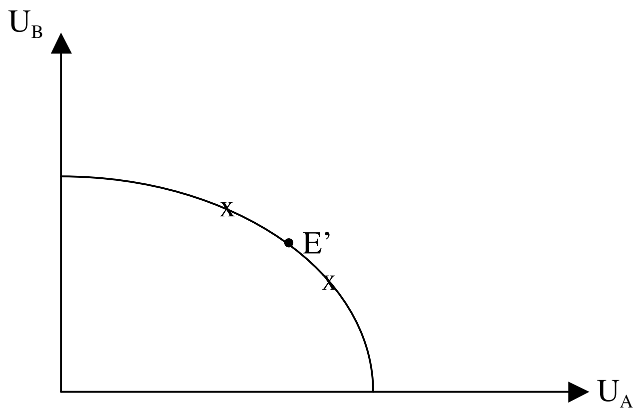


Fig. 9

• Le passage de la Fig. 8 à la Fig. 9 est similaire à celui effectué entre la Fig. 5 et la Fig. 6 quand nous avons construit la frontière des possibilités de production à partir de la boîte d'Edgeworth de production. En effet, la Fig. 9 montre la « frontière des possibilités d'utilité » correspondant à l'ensemble de Pareto de consommation qui relie les points A et B de la Fig. 8. Cette courbe est concave parce que les préférences des consommateurs sont supposées convexes. Les points proches de l'ordonnée à l'origine de la frontière correspondent aux points, sur la Fig. 8, proches de A puisque l'on est alors au nord-est de la carte du consommateur B ; et les points proches de l'ordonnée à l'abscisse correspondent aux points proches de B puisque l'on est alors au nord-est de la carte du consommateur A. Nous avons isolé sur la frontière une zone qui, on le suppose, correspond à la courbe des contrats de consommation rattachée au point de dotations initiales H, et un point, E', qui, on le suppose, correspond à E sur la courbe des contrats.

• Comme il y a autant de boîtes d'Edgeworth de consommation qu'il y a de points sur l'arc $O'_I\ O'_{II}$ de la courbe des possibilités de production (et a fortiori, sur l'ensemble de cette courbe des possibilités de production), c'est-à-dire une infinité, il y a également une infinité de frontières des possibilités d'utilité (voir Fig. 10), avec sur chacune d'elles un point traduit la condition d'optimalité d'égalisation du TMTP et des TMS.
On appelle « grande frontière des possibilités d'utilité » le lieu géométrique des points semblables au point E' de la Fig. 9 : on obtient alors la courbe de la Fig. 11.

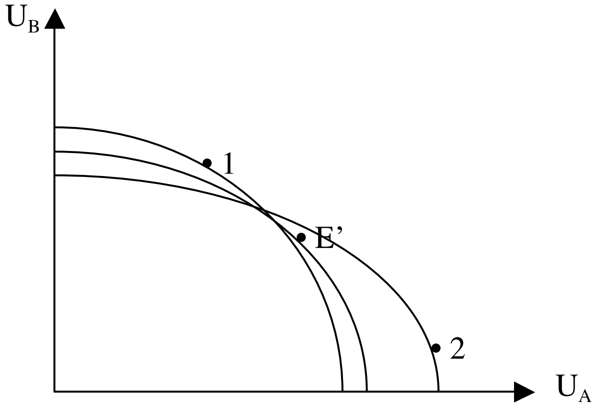


Fig. 10

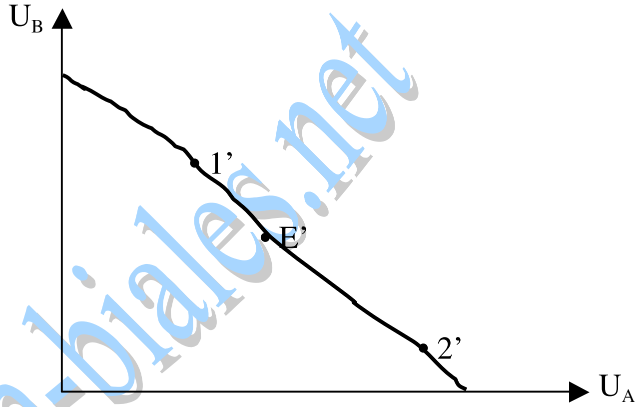


Fig. 11

Chacun des points de la « grande frontière des possibilités d'utilité » rassemble plusieurs caractéristiques. Chaque point décrit une certaine combinaison d'utilités pour les consommateurs A et B, une allocation optimale déterminée entre eux des biens de consommation X et Y, avec une égalité de leurs taux marginaux de substitution. Cette allocation s'applique à des quantités globales de ces biens produites grâce à une allocation elle-même optimale des facteurs de production L et K, avec égalisation des deux TMST. Et chaque point traduit un équilibre simultané des sphères de production et de consommation avec l'égalité entre les TMS et le TMTP. En chacun de ces points il n'est pas possible de tenter de modifier l'organisation de la production et/ou de la consommation au profit de l'un des acteurs sans porter préjudice à au moins un autre.
Il n'empêche que cette grande frontière se compose d'une infinité de points : il demeure donc une grande indétermination sur l'optimum-équilibre général final.

6) Sixième phase : Le politique prend le relais de l'économiste pour fixer la fonction d'utilité collective.

La « grande frontière des possibilités d'utilité » décrit toutes les combinaisons efficientes d'utilités pour les deux consommateurs A et B mais elle ne permet pas de comparer entre eux les niveaux d'utilité atteints. Le critère d'optimalité de Pareto est donc restrictif : il permet de traiter la question de l'efficience mais pas celle de l'équité. Pour le montrer, on peut raisonner sur la Fig. 10 ou sur la Fig. 11. Si on est au point 1 (ou 1') et que, pour diverses raisons de justice sociale, on estime souhaitable de mettre en place une politique de redistribution permettant de passer de 1 à 2 (ou de 1' à 2'), le critère de Pareto est contredit puisque, ce faisant, on augmente l'utilité de A en réduisant celle de B.
Si on suppose que les utilités individuelles sont à la fois mesurables (problème de la cardinalité) et comparables, on peut définir une fonction d'utilité collective, ou fonction de bien-être social, comme

étant une fonction croissante de chacun des niveaux d'utilité individuels. Le problème économique est alors de maximiser cette fonction d'utilité collective.
On note W cette fonction : $W = W(U_A, U_B, \ldots)$ avec $dW / dU_i > 0$ et $d^2W / dU^2_i < 0$ pour tout i.
La plupart du temps, on donne à cette fonction une forme additive.
On ne traitera pas ici de la délicate question de savoir qui décide de cette fonction d'utilité collective. Cela nous amènerait en effet à traiter de la théorie des choix collectifs. Contentons-nous seulement de rappeler les difficultés soulevées d'une part par les paradoxes de De Borda et Condorcet et par le théorème d'impossibilité d'Arrow, et d'autre part par les différentes conceptions des notions de justice et d'équité.
Pour la suite de notre présentation, on considère que la fonction d'utilité collective est définie par un planificateur supposé à la fois omnipotent, omniscient et bienveillant : omnipotent parce qu'il a le pouvoir d'en décider, omniscient parce qu'il connaît toutes les fonctions d'utilité individuelles, et bienveillant parce qu'il ne tient pas compte de ses propres préférences.
Le programme du planificateur s'écrit :

$$\text{Max } W [\, U_A (x_A, y_A), U_B (x_B, y_B)]$$
$$\text{s/c} \quad x_A + x_B = \omega_X$$
$$y_A + y_B = \omega_Y$$

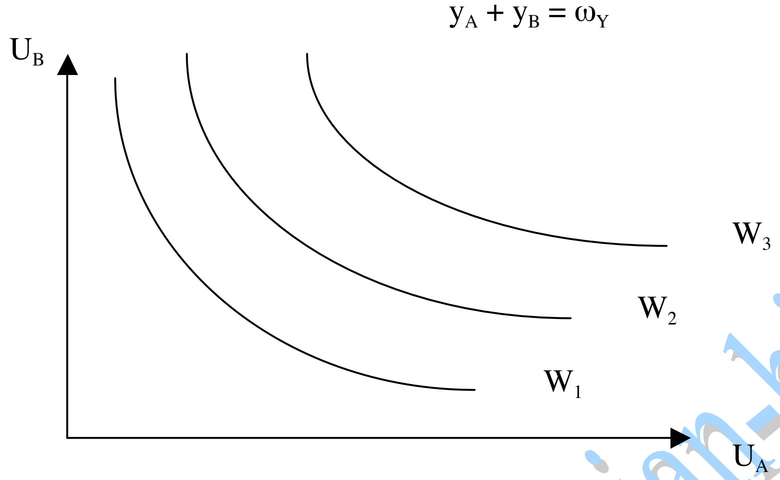


Fig. 12

Les courbes représentatives de la fonction d'utilité collective sont tout à fait comparables aux courbes d'indifférence d'un consommateur. Chaque courbe est le lieu géométrique des points représentant les différentes combinaisons de niveaux d'utilités ressenties par A et par B qui procurent à la collectivité qu'ils forment tous deux le même niveau d'utilité. Plus on va en direction du nord-est de la carte d'indifférence sociale, plus on a affaire à des niveaux élevés d'utilité collective, donc de bien-être social.

7) Septième et dernière phase : la détermination de l'optimum social.

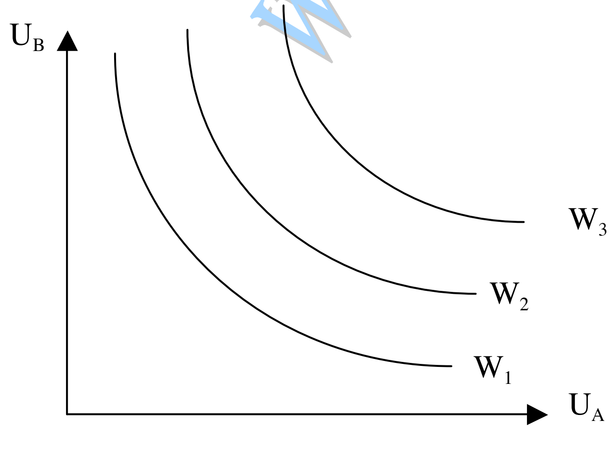


Fig. 12

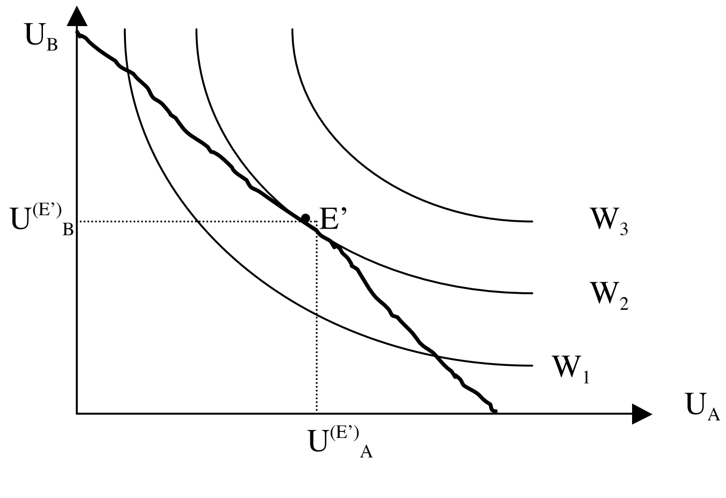


Fig. 13

Sur la Fig. 13, nous faisons apparaître à la fois la carte d'indifférence sociale de la Fig. 12 et la grande frontière des possibilités d'utilité de la Fig. 11. Comme il existe une infinité de courbes d'utilité collective dans la carte, il est certain que l'une d'entre elles entre en tangence avec la grande frontière des possibilités d'utilité. L'optimum social correspond au point de tangence entre les deux courbes puisque ce point correspond à l'utilité collective maximale compatible avec la contrainte des possibilités d'utilité. Supposons, comme c'est le cas sur la Fig. 13, que ce point d'optimum social soit E'. Nous en déduisons que, suite à la décision prise par le planificateur en ce qui concerne la fonction d'utilité collective, le niveau de bien-être social atteint par la collectivité est W_2, avec un niveau $U^{(E')}_A$ d'utilité pour A et un niveau $U^{(E')}_B$ pour B. La valeur absolue de la pente de la tangence en E' donne ce que l'on peut appeler le taux marginal de transformation des utilités : TMTU. Le TMTU mesure – par définition à la marge - la réduction de l'utilité qu'il faut imposer à B (en le contraignant à consommer moins des deux biens X et Y) de façon à permettre à A de bénéficier d'une toute petite augmentation de son niveau d'utilité ; cela impliquerait que soient modifiées au profit de A les dotations initiales des deux consommateurs, donc leurs revenus.

B- Seconde étape : « le retour ».

La première étape nous a permis d'obtenir l'optimum social en partant de la boîte d'Edgeworth de production et en passant par plusieurs phases. Il s'agit maintenant de « boucler » notre raisonnement et de tirer toutes les conséquences de la première étape en « remontant » au début du processus. On peut en particulier connaître toutes les valeurs que prennent les variables du système quand l'optimum-équilibre général est atteint.

• Fig. 13 : si c'est E' le point représentatif de l'optimum social, alors on connaît le niveau d'utilité collective et le niveau d'utilité retiré par chacun des deux consommateurs A et B.
Mais il pourrait s'agir d'un autre point que E', et donc d'un niveau d'utilité collective différent et des niveaux d'utilité différents pour A et pour B.
• Fig. 11 puis 10 et 9 puis 8 : si l'optimum social est en E', c'est que nous avons affaire à la simple « frontière des possibilités d'utilité » qui correspond à la boîte d'Edgeworth de consommation pour laquelle l'optimum-équilibre est le point E. On connaît alors les quantités disponibles totales en « X » et en « Y », la dotation initiale de chaque consommateur, le rapport des prix d'équilibre P_X/P_Y, les deux $TMS_{X,Y}$ qui sont égaux entre eux et avec ce rapport de prix, et le rapport des utilités marginales, égal lui-même aux TMS.
Mais si l'optimum social était un autre point que E', il correspondrait à un autre optimum-équilibre que E, ce qui renverrait à une boîte d'Edgeworth de consommation différente. Et les résultats chiffrés qui en dépendent seraient eux-mêmes différents.
• Fig. 8 : si le point d'optimum-équilibre est E, la boîte d'Edgeworth concernée est incrustée sous la frontière des possibilités de production en un point pour lequel la tangente à la frontière des possibilités de production est égale, au signe près, aux deux $TMS_{X,Y}$ en E (TMTP = TMS de A = TMS de B). Ce point est noté O' dans la Fig. 8.
Mais si l'optimum social était un autre point que E', on n'aurait pas le même optimum-équilibre de consommation ni la même boîte d'Edgeworth de consommation, dont le point d'incrustation sous la frontière des possibilités de production ne serait pas O'. Le TMT, les coûts marginaux et les TMS prendraient des valeurs également différentes.
• Fig. 6 puis 5 : si le point privilégié sur la courbe des possibilités de production est O', cela signifie que l'optimum-équilibre de production correspond au point O, d'où une dotation précise en facteurs L et K de chacun des deux producteurs, un certain rapport de prix d'équilibre pour les deux facteurs P_L/P_K, des $TMST_{L,K}$ égaux entre eux et égaux aussi avec ce rapport de prix, et l'égalité entre les rapports des productivités marginales des deux facteurs pour la production des deux biens, avec cette valeur du TMST.

Si le point privilégié sur la courbe des possibilités de production n'était pas O', cela correspondrait à un autre optimum-équilibre de production que O, donc à des dotation factorielles différentes, et le rapport de prix et les valeurs des TMST seraient également différents.

III- Une présentation analytique succincte des deux raisonnements et de leur mise en correspondance.

Nous considérons le cas de la sphère de la consommation.

A) Raisonnement à la façon de Pareto.

La condition de pareto-optimalité est double :

1- L'allocation doit être réalisable : la consommation globale de chacun des deux biens ne peut pas excéder la quantité globale disponible.
2- L'allocation doit être efficiente au sens du critère de Pareto : l'utilité de chaque consommateur doit être maximale, compte tenu de celle de l'autre.

Consommateur A

Programme du consommateur A :

$$\text{Max } U_A(x_A, y_A)$$

$$\text{s/c} \quad x_A + x_B = \omega_X$$
$$y_A + y_B = \omega_Y$$
$$U_B(x_B, y_B) = u_B^c$$

Optimisation :

$$L = U_A(x_A, y_A) - \lambda_1 (x_A + x_B - \omega_X) - \lambda_2 (y_A + y_B - \omega_Y) - \lambda_3 (U_B - u_B)$$

Condition de 1[er] ordre :

$$\delta L / \delta x_A = \delta U_A / \delta x_A - \lambda_1 = 0 \Rightarrow \delta U_A / \delta x_A = \lambda_1$$
$$\delta L / \delta y_A = \delta U_A / \delta y_A - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \delta U_A / \delta y_A = \lambda_2$$
$$TMS_{X,Y}^{(A)} = [(\delta U_A / \delta x_A) / (\delta U_A / \delta y_A)] = \lambda_1 / \lambda_2$$

Consommateur B

Programme du consommateur B :

$$\text{Max } U_B(x_B, y_B)$$

$$\text{s/c} \quad x_A + x_B = \omega_X$$
$$y_A + y_B = \omega_Y$$
$$U_A(x_A, y_A) = u_A^c$$

Optimisation :

$$L = U_A(x_A, y_A) - \lambda_1 (x_A + x_B - \omega_X) - \lambda_2 (y_A + y_B - \omega_Y) - \lambda_3 (U_A - u_A)$$

Condition de 1[er] ordre :

$$\delta L / \delta x_B = \delta U_B / \delta x_B - \lambda_1 = 0 \Rightarrow \delta U_B / \delta x_B = \lambda_1$$
$$\delta L / \delta y_B = \delta U_B / \delta y_B - \lambda_2 = 0 \Rightarrow \delta U_B / \delta y_B = \lambda_2$$
$$TMS_{X,Y}^{(B)} = [(\delta U_B / \delta x_B) / (\delta U_B / \delta y_B)] = \lambda_1 / \lambda_2$$

Les $TMS_{X,Y}$ des deux consommateurs sont égaux.

Note :
- L est la fonction lagrangienne qu'il s'agit de maximiser.
- $\delta U_i / \delta x_i$ est l'utilité marginale du bien X pour le consommateur i.
- On ne démontre pas ici que le TMS est égal au rapport des utilités marginales des deux biens.
- u_A^c et u_B^c sont des niveaux donnés d'utilité atteints respectivement par A et B ; ce sont donc des constantes, d'où la notation avec l'indice supérieur c.

B) Raisonnement à la façon de Walras

Consommateur A

Programme du consommateur A :

$$\text{Max } U_A(x_A, y_A)$$

Consommateur B

Programme du consommateur B :

$$\text{Max } U_B(x_B, y_B)$$

s/c $R_A = x_A P_X + y_A P_Y$

Optimisation :
$L = U_A (x_A,y_A) - \lambda_4 (R_A - x_A P_X - y_A P_Y)$

Condition de premier ordre :
$\delta L / \delta x_A = \delta U_A / \delta x_A - \lambda_4 P_X = 0$
$\Rightarrow \delta U_A / \delta x_A = \lambda_4 P_X$

s/c $R_B = x_B P_X + y_B P_Y$

Optimisation :
$L = U_B (x_B,y_B) - \lambda_4 (R_B - x_B P_X - y_B P_Y)$

Condition de premier ordre :
$\delta L / \delta x_B = \delta U_B / \delta x_B - \lambda_4 P_Y = 0$
$\Rightarrow \delta U_B / \delta x_B = \lambda_4 P_Y$

$$[\delta U_A / \delta x_A] / [\delta U_B / \delta x_B] = P_X / P_Y$$

Note :
L est la fonction lagrangienne qu'il s'agit de maximiser.
R_i est le revenu du consommateur i. Comme ce revenu est complètement dépensé, et qu'il permet par définition au consommateur de détenir sa dotation initiale en « X » et « Y », R_i est égal à la valeur de cette dotation initiale.
$\delta U_i / \delta x_i$ est l'utilité marginale du bien X pour le consommateur i.

C) Mise en correspondance des deux raisonnements.

Raisonnement à la façon de Pareto : les TMS des deux consommateurs sont égaux.
Raisonnement à la façon de Walras : pour chaque consommateur, le rapport des utilités marginales est égal au rapport des prix des deux biens « X » et « Y ».
Conclusion : comme le TMS est égal au rapport des utilités marginales, les deux TMS, égaux entre eux, sont égaux au rapport des prix.

Par ailleurs,
$\delta U_A / \delta x_A = \lambda_1$ chez Pareto et $\delta U_A / \delta x_A = \lambda_4 P_X$ chez Walras $\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_4 P_X$
$\delta U_A / \delta y_A = \lambda_2$ chez Pareto et $\delta U_A / \delta y_A = \lambda_4 P_Y$ chez Walras $\Rightarrow \lambda_2 = \lambda_4 P_Y$
Alors, $P_X = \lambda_1 / \lambda_4$ et $P_Y = \lambda_2 / \lambda_4 \Rightarrow P_X / P_Y = \lambda_1 / \lambda_2$. On peut poser $\lambda_1 = P_X$ et $\lambda_2 = P_Y$: cela confirme la saturation des contraintes de rareté puisqu'il y a, à ces prix, égalité pour les deux biens entre l'offre et la demande.